УДК 519.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГРОДНЕНСКОЙ ОБЛАСТИ

студент А.С. ДОРНЯК
(Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Беларусь)

Введение. Процесс стратегического планирования развития региона должен основывается на объективной оценке его существующего положения. Именно от наличия подобной адекватной оценки настоящего зависят результаты, которые могут быть получены в будущем. В связи с этим, одной из наиболее актуальных задач в ходе анализа настоящего положения региона является задача по изучению социально-экономической сферы региона.

В Гродненской области проводится целенаправленная работа по выполнению ключевых показателей эффективности работы, поручений Главы государства и Правительства по вопросам социально-экономического развития. В 2011-2016 годы в области обеспечено поступательное развитие отраслей экономики, обеспечена положительная динамика по большинству параметров, характеризующих их развитие (ВРП, экспорт услуг, индекс физического объёма продукции промышленности, валовая продукция сельского хозяйства, товарооборот, ввод жилья).

Моделирование экономических показателей региона играет важную роль для анализа развития региона, что обуславливает актуальность данной темы.

Цель работы. Провести математическое моделирование основных показателей социально-экономического положения Гродненской области с помощью системы одновременных эконометрических уравнений.

Исходные данные. В работе были использованы поквартальные данные по социально-экономическому развитию Гродненской области за 2011-2016 гг. главного статистического управления Гродненской области [1]. Для построения математической модели использовалось 17 показателей:

X_1 – ВРП, млн. руб.;
X_2 – Объем промышленного производства, млн. руб.;
X_3 – Инвестиции в основной капитал, млн. руб.;
X_4 – Ввод в эксплуатацию жилья, тыс. кв. м;
X_5 – Объем подрядных работ, млн. руб.;
X_6 – Грузооборот транспорта, млн. т км;
X_7 – Объем перевозок грузов транспортом, тыс. т;
X_8 – Объем внешней торговли (оборот), млн. долл.;
X_9 – Объем внешней торговли (экспорт), млн. долл.;
X_{10} – Объем внешней торговли (импорт), млн. долл.;
X_{11} – Объем внешней торговли (сальдо), млн. долл.;
X_{12} – Розничная торговля, млн. руб.;
X_{13} – Товарооборот общественного питания, млн. руб.;
X_{14} – Численность занятого населения, всего, тыс. чел.;
X_{15} – Численность безработных, тыс. чел.;
X_{16} – Уровень зарегистрированной безработицы, %;
X_{17} – Номинальная начисленная заработная плата работников, руб.

Стоимостные показатели в рублях были приведены к сопоставимому виду с помощью индексов потребительских цен (ИПЦ) по республике, выбранных с сайта Белстата. За базисный год был взят 4 квартал 2010 года. Были рассчитаны базисные ИПЦ по кварталам, затем с их помощью стоимостные показатели приведены к базисному периоду.

Построение СОУ. Сначала был проведен отбор факторных переменных с помощью матрицы коэффициентов парной корреляции. Ее предварительный анализ позволил исключить из дальнейшего рассмотрения показатели X_4, X_7, X_8, X_{16}. В результате получили систему из 13 показателей: X_1 – ВРП, млн. руб., X_2 – Объем промышленного производства, млн. руб., X_3 – Инвестиции в основной капитал, млн. руб., X_5 – Объем подрядных работ, млн. руб., X_6 – Грузооборот транспорта, млн. т км, X_9 – Объем внешней торговли (экспорт), млн. долл., X_{10} – Объем внешней торговли (импорт), млн. долл., X_{11} – Объем внешней торговли (сальдо), млн. долл., X_{12} – Розничная торговля, млн. руб., X_{13} – Товарооборот общественного питания, млн. руб., X_{14} – Численность занятого населения, всего, тыс. чел., X_{15} – Численность безработных, тыс. чел., X_{17} – Номинальная начисленная заработная плата работников, руб.

На следующем этапе была построена новая матрица коэффициентов парных корреляций по 13 показателям и отобраны эндогенные и экзогенные переменные. Анализ матрицы коэффициентов парных корреляций показал, что в качестве эндогенных переменных можно взять X_1 (ВРП) и X_6 (Грузооборот транспорта) и X_{12} (Розничная торговля), обозначим их соответственно через Y_1, Y_6 и Y_{12}. В качестве экзогенных переменных были взяты: X_3 (Инвестиции в основной капитал), X_5 (Объем подрядных работ), X_9 (Объем внешней торговли (экспорт)) и X_{14} (Численность занятого населения). Так как эндогенные переменные коррелируют, их можно включить в правую часть уравнений. Получаем структурную модель одновременных эконометрических уравнений вида (1):

$$\begin{cases} y_1 = a_{10} + a_{11}x_3 + a_{12}x_5 + b_{12}y_{12} + a_{13}x_{14} + \varepsilon_1, \\ y_{12} = a_{20} + a_{21}x_3 + a_{22}x_5 + b_{21}y_6 + a_{23}x_9 + \varepsilon_2, \\ y_6 = a_{30} + a_{31}x_3 + a_{32}x_{14} + b_{31}y_1 + b_{32}y_{12} + \varepsilon_3. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь ε_1, ε_2, ε_3 – случайные составляющие (ошибки) в соответствующем уравнении структурной модели.

Далее была оценена идентифицируемость структурной модели (1). Для каждого уравнения проверено выполнение необходимого и достаточного условия идентифицируемости.

Проверка необходимого условия идентифицируемости структурной модели.

<u>Первое уравнение.</u> Эндогенных переменных в системе – 2, Y_1 и Y_{12}, H=2. Отсутствующих экзогенных переменных – 1, это X_9, значит, D =1. Имеем: H=D+1.

<u>Второе уравнение</u>. Эндогенных переменных – 2, это Y_6 и Y_{12}, значит, H=2. Отсутствующих экзогенных переменных – 1, это X_{14}, значит, D=1. Имеем: H=D+1.

<u>Третье уравнение</u>. Эндогенных переменных – 3, это Y_1, Y_6 и Y_{12}, значит, H=3. Отсутствующих экзогенных переменных – 2, это X_5, X_9, значит, D=2. Имеем: H=D+1.

Согласно [2, с.189], приходим к выводу, что каждое уравнение системы может быть идентифицируемо.

Проверим для каждого уравнения достаточное условие идентифицируемости. Уравнение идентифицируемо, если по отсутствующим в нем переменным (эндогенным и экзогенным) можно из коэффициентов при них в других уравнениях системы получить матрицу, определитель которой не равен нулю, а ранг матрицы не меньше, чем число эндогенных переменных в системе без одного [2, с.189].

Необходимая информация для проверки достаточного условия содержится в таблице 1.

<u>Первое уравнение.</u> Отсутствуют переменные Y_3 и X_9. Находим коэффициенты при них в других уравнениях. Имеем: определитель матрицы не равен 0, ранг матрицы равен 2.

<u>Второе уравнение.</u> Отсутствуют переменные Y_1 и X_{14}. Определитель матрицы коэффициентов при них в остальных уравнениях не равен 0, ранг матрицы равен 2.

<u>Третье уравнение.</u> Отсутствуют переменные X_5 и X_9. Соответствующий определитель матицы не равен 0, ранг матрицы равен 2.

Таким образом, для каждого уравнения структурной модели выполняется достаточное условие идентифицируемости, и каждое уравнение является точно идентифицируемым.

Таблица 1. – Матрицы коэффициентов

Отсутствующие переменные								
1 уравнение			2 уравнение			3 уравнение		
	y_3	x_9		y_1	x_{14}		x_5	x_9
Уравнение	Коэффициенты		Уравнение	Коэффициенты		Уравнение	Коэффициенты	
2	b_{21}	a_{23}	1	-1	a_{13}	1	a_{12}	0
3	-1	0	3	b_{31}	a_{31}	2	a_{22}	a_{23}

Значит, модель является точно идентифицируемой и для оценки коэффициентов структурной модели (1) можно воспользоваться косвенным методом наименьших квадратов (КМНК) [2, с. 195].

Отметим, что проверка структурной модели на идентифицируемость позволяет установить возможность оценки коэффициентов структурной модели по коэффициентам приведенной модели. Для структурной модели (1) приведенная модель имеет вид (2). Ее характерная особенность – система не содержит эндогенных переменных в правой части уравнений.

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{10} + \delta_{11}x_3 + \delta_{12}x_5 + \delta_{13}x_9 + \delta_{14}x_{14} + u_1 \\ y_{12} = \delta_{20} + \delta_{21}x_3 + \delta_{22}x_5 + \delta_{23}x_9 + \delta_{24}x_{14} + u_2 \\ y_6 = \delta_{30} + \delta_{31}x_3 + \delta_{32}x_5 + \delta_{33}x_9 + \delta_{34}x_{14} + u_3 \end{cases} . \quad (2)$$

На основании имеющихся исходных данных с помощью средства *Анализ данных/Регрессия* в MS Excel построим уравнения регрессии. Получим приведенную форму модели (3). Под коэффициентами указаны их p-значения.

$$
\begin{cases}
y_1 = 2654{,}118 + \underset{0,003}{0{,}716}x_3 + \underset{0,207}{1{,}082}x_5 + \underset{0,317}{0{,}18}x_9 - \underset{7,5*10^{-5}}{5{,}096}x_{14}, \\
y_{12} = 818{,}385 + \underset{0,2}{0{,}178}x_3 + \underset{0,309}{0{,}802}x_5 + \underset{0,76}{0{,}032}x_9 - \underset{0,00015}{1{,}402}x_{14}, \\
y_6 = 6691{,}74 + \underset{0,029}{0{,}757}x_3 + \underset{0,013}{2{,}312}x_5 - \underset{0,616}{0{,}145}x_9 - \underset{0,0009}{12{,}719}x_{14}.
\end{cases} \tag{3}
$$

Для первого уравнения системы имеем: R^2=0,793, по р-значениям переменные X_3 и X_{14} – значимые, а X_5 и X_9 – незначимы. Для второго уравнения R^2=0,64, по р-значениям переменные X_3, X_5 и X_9 – незначимы, а X_{14} – значима. Для третьего уравнения R^2=0,773, переменные X_3, X_5 и X_{14} – значимы, а X_9 – незначима.

Далее перейдем от приведенной формы модели к структурной. Для этого необходимо определить структурные коэффициенты модели (1), поэтому проводим ряд преобразований: выражаем X_9 из второго уравнения и подставляем в первое уравнение, выражаем X_{14} из третьего уравнения и подставляем во второе, выражаем X_5 из первого уравнения, X_9 из второго уравнения и подставляем в третье уравнение, приводим подобные. В итоге, структурная модель имеет вид (4).

$$
\begin{cases}
y_1 = 2655{,}13 + 1{,}728x_3 + 5{,}641x_5 + 5{,}687y_{12} - 13{,}072x_{14}, \\
y_{12} = 6691{,}74 + 0{,}387x_3 + 1{,}438x_5 + 0{,}275y_6 - 0{,}008x_9, \\
y_6 = -389{,}996 - 2{,}229x_3 - 5{,}712x_5 + 60{,}186x_{14} - 1{,}254y_1 - 11{,}713y_{12}.
\end{cases} \tag{4}
$$

Заметим, что коэффициент при X_9 во втором уравнении практически равен нулю, значит, показатель X_9 (Объем внешней торговли (экспорт)) можно было не учитывать.

Выводы по построенной системе одновременных эконометрических уравнений.

1. Y_1 (Валовый региональный продукт) зависит от X_3 (Инвестиции в основной каптал), X_5 (Объем подрядных работ), Y_{12} (Розничная торговля). Увеличение каждого из этих показателей на 1 единицу (при неизменных остальных показателях) ведет к увеличению ВРП соответственно на 1,728; 5,641; 5,687 млн. руб. Так же Y_1 зависит от X_{14} (Численность занятого населения), однако получилось, что увеличение численность занятого населения на 1 тыс. чел. приводит к уменьшению ВРП на 13,072 млн. руб.

2. Y_{12} (Розничная торговля) зависит от X_3 (Инвестиции в основной каптал), X_5 (Объем подрядных работ), Y_6 (Грузооборот транспорта) и практически не зависит от X_9 (Экспорт). Увеличение показателей X_3, X_5 и Y_6 на 1 единицу (при неизменных остальных показателях) ведет к увеличению розничной торговли соответственной на 0,387; 1,438 и 0,275 млн. руб.

3. Y_6 (Грузооборот транспорта) зависит от X_3 (Инвестиции в основной каптал), X_5 (Объем подрядных работ), X_{14} (Численность занятого населения), Y_1 (Валовый региональный продукт), а также от Y_{12} (Розничная торговля).

Литература

1. Главное статистическое управление Гродненской области [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://grodno.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/publications/public_bulletin/. – Дата доступа: 10.05.2018
2. Эконометрика : учебник / под ред. И.И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 338 с.